

№ 2(20) 2019

ISSN 2181-8460

HISOBLASH VA AMALIY МАТЕМАТИКА MUAMMOLARI

ПРОБЛЕМЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ
И ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
PROBLEMS OF COMPUTATIONAL
AND APPLIED MATHEMATICS



Milliy Axborot Ilmiy Markazi
Ul'yanovskiy universiteti



Ul'yanovskiy universiteti
Matematika va Mexanika
Fakulteti

ПРОБЛЕМЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ И ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ

№ 2(20) 2019

Журнал основан в 2015 году.

Издается 6 раз в год.

Учредитель:

Научно-инновационный центр информационно-коммуникационных технологий.

Главный редактор:

Рашиданов Н.

Зам. главного редактора:

Азамов А. А., Мирзаев Н. М.

Ответственный секретарь:

Нуралиев Ф.М.

Редакционная коллегия:

Алимов И., Алоев Р. Ж., Арипов М. М., Гасанов Э. Е. (Россия), Игнатъев Н. А.,
Ильин В. П. (Россия), Исмаилов И. И. (Россия), Кабанихин С. И. (Россия),
Кабилджанов А. С., Карачик В. В. (Россия), Мухамадиев Э. (Россия),
Мухамедиева Д. Т., Нормуродов Ч. Б., Старовойтов В. В. (Беларусь),
Самаль Д. И. (Беларусь), Ташев А. А. (Казахстан), Утеулиев Н. У., Хаётов А. Р.,
Худайбердиев М.Х., Хужаев И. К., Хужаевров Б.Х., Чье Ен Ун (Россия),
Шабсозов М. Ш. (Таджикистан), Шадиметов Х. М.

Журнал зарегистрирован в Узбекском Агентстве по печати и информации.

Регистрационное свидетельство №0856 от 5 августа 2015 года.

ISSN 2181-8460

При перепечатке материалов ссылка на журнал обязательна.

За точность фактов и достоверность информации ответственность несут авторы.

Адрес редакции:

100125, г. Ташкент, м-н. Буз-2, 17А.

Тел.: +(99871) 231-92-45.

E-mail: info@rvrm.uz.

Сайт: www.rvrm.uz.

Дизайн и компьютерная верстка:

Расулов А. Б.

Отпечатано в типографии НИЦ ИКТ.

Подписано в печать 25.02.2019 г.

Формат 60x84 1/8.

Заказ №2.

Тираж 100 экз.

Содержание

<i>Арипов М.М., Утебаев Д., Утебаев Б.Д.</i> Схемы повышенной точности для нестационарных задач конвекции – диффузии	5
<i>Назаров А.И., Яхшибаев Д.С., Иброхимов Б.С.</i> Прогностическое моделирование влияния магнитосферных бурь на прединсультное состояние человека	14
<i>Арипов М., Имамназаров Х., Каравасев Д., Коробов П.</i> Обобщенное решение одной переопределенной стационарной системы двухжидкостной среды	20
<i>Хуржасев И.К., Мамадалиев Х.А., Аминов Х.Х.</i> Моделирование переходных процессов при трубопроводной транспортировке реальных газов	26
<i>Раевшанов Н., Орифжанова У., Сулейманова Д.Б.</i> Математическая модель и численный алгоритм для исследования технологического процесса сепарации сыпучих смесей	43
<i>Бахосев М.Т.</i> Решение смешанной задачи для уравнения Колмогорова	60
<i>Нуралиев Ф.А., Болтаев А.К.</i> Об одном дискретном аналоге дифференциального оператора	71
<i>Шабозов М.Ш., Джураганов О.А.</i> Точные неравенства типа Колмогорова в весовом пространстве $L_{2,\mu}(R^2)$ и некоторое их применение	79
<i>Шадиметов Х. М., Далиев Б. С.</i> Экстремальная функция квадратурных формул для приближенного решения обобщенного интегрального уравнения Абеля	88
<i>Шабозов М.Ш., Ахобиршов М.О.</i> Среднеквадратическое приближение «углом» на плоскости R^2 с весом Чебышева-Эрмита	96
<i>Арушанов М.Л. Шермухамедов У.А.</i> Исследования гелиогеофизических факторов, влияющих на изменчивость тропосферного озона на основе данных OMI	104
<i>Фозилов Ш.Х., Маматов Н.С., Самижанов А.Н.</i> Формирование информативного описания объектов	112
<i>Хамдамов У.Р., Муриддинов М.Н., Джураев О.Н.</i> Обзор методов выделения текста в естественных сценах изображений на основе глубокого обучения	126

УДК 519.6

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ И ЧИСЛЕННЫЙ АЛГОРИТМ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА СЕПАРАЦИИ СЫПУЧИХ СМЕСЕЙ

Равшанов Н., Орифжанова У., Сулейманова Д.Б.
ravshanazade-09@mail.ru

Научно-инновационный центр информационно-коммуникационных технологий,
100125 Узбекистан, Ташкент, Буз-2, 17А

В статье рассматривается решение задачи, связанной с технологическим процессом сепарации сыпучих смесей с помощью сепарирующих агрегатов с целью повышения технико-экономических показателей. Для выбора стратегии решения данной задачи были проанализированы научно-исследовательские работы по математическому моделированию, выполненные за последние 5–10 лет. Приведены основные этапы построения математической модели технологического процесса с учетом изменения урона смеси, поступающей в колонку фильтра, которая описывается с помощью системы нелинейных дифференциальных уравнений и частных производных с соответствующими начальными и граничными условиями различных родов. Алгоритм решения поставленной задачи базируется на конечно-разностном методе с заменой дифференциальных операторов на разностные и методе «прогноза и коррекции» для дифференциальных уравнений, описывающих скорость перемещения сыпучего материала и результате вибрационного колебания сита, а нелинейные члены линеаризуются методом Беллман-Калаба. Исследование откликов основных параметров технологического процесса проведено путем серии вычислительных экспериментов на ЭВМ, анализа и интерпретации полученных результатов.

Ключевые слова: математическая модель, численный алгоритм, технологический процесс, сепарация, сыпучая смесь.

Цитирование: Равшанов Н., Орифжанова У., Сулейманова Д.Б. Математическая модель и численный алгоритм для исследования технологического процесса сепарации сыпучих смесей // Проблемы вычислительной и прикладной математики. — 2019. — № 2(20). — С. 43–59.

1 Введение

Сепарация и фильтрование многокомпонентных сыпучих смесей с различными физико-механическими свойствами является сложным технологическим процессом (ТП).

Моделирование и управление ТП сепарирования трудноразделимых смесей недостаточно изучены с теоретической и экспериментальной точек зрения. В связи с этим на основе проведенных теоретических и экспериментальных исследований ставится задача, выявить основные факторы, которые влияют на полное разделение неоднородной массы в зависимости от линейных размеров частиц сыпучего материала и режимов работы сепарирующего агрегата, а также характеристик сита. При этом необходимо обеспечить минимальные потери сырья в составе отхода и повышение технико-экономических показателей агрегата.

С целью решения выше указанных задач и принятия управленческих решений необходима разработка математической модели (ММ), численного алгоритма

и программно-инструментального средства для проведения вычислительных экспериментов (ВЭ) на ЭВМ.

За последние годы по технологическому процессу сепарации сыпучих смесей проведены научные исследования и получены значительные теоретические и практические результаты. С точки зрения математического моделирования исследованию ТП посвящены работы таких зарубежных и отечественных ученых как J. Wang, J. Zhang, Yu. Zhihui, B. Remy, J.W. Dufy, D. Kocaepe, C. Andre, V. Gitisa, A. Safonyk, В.В. Белобородов, И.И. Блехман, Ф.Б. Абуталиев, Х.Х. Атаулаев, А.А. Ключкин, П.М. Зайко, Г.Ю. Джанилидзе и др. Они внесли большой вклад в разработку адекватных математических моделей и вычислительных алгоритмов для решения выше указанных задач.

Статистический подход к ТП сепарирования сыпучей смеси рассмотрен в работе [1]. А в литературных источниках [2–5] систематизированы проблемы математического моделирования процесса сепарирования зерна в потоке на решетке и исследования по теории псевдооживления слоя сыпучего материала.

Моделирование процесса движения частиц в центробежном сепараторе с вертикальной и наклонной осью вращения рассмотрено в работах [6–12]. Авторами проведенных исследований показана целесообразность использования сепараторов центробежного типа с вертикальным цилиндрическим барабаном, вращающимся с пульсирующим изменением скорости, где одновременно учитываются центробежная, кориолисова и гравитационная силы.

В работе [13] на основе гидродинамической аналогии разработаны математические модели гармонических колебаний зерновых потоков при виброрешетной сепарации зерновых смесей и проведены комплексные исследования процесса разделения смеси на две фракции при колебаниях скорости в плоском и кольцевом зерновых слоях.

Расчетная модель и теоретические зависимости для определения основных параметров процесса сепарирования смесей получены авторами [14]. Получены экспериментальные зависимости оценочных показателей установки для сепарирования фуражного зерна от ее конструктивных параметров в виде математической модели процесса сепарирования.

В работах [15–18] рассмотрено решение задачи сепарирования гранулированной сыпучей смеси с помощью линеаризованного уравнения Больцмана, а коэффициенты переноса определены и согласованы с аналогичными коэффициентами из решения уравнения Чепмена-Энскога. Для экспериментов в качестве сыпучих сред рассматривались зерна риса, чечевицы и зеленого кофе.

Учеными из Института сельскохозяйственного машиностроения при университете Хуанами [19, 20] представлена математическая модель дробления и сепарирования зерна на изогнутой цилиндрической решетке. Эта модель представляется двумя экспоненциальными функциями и учитывает удельную скорость прохождения частиц и скорость разделения зерна.

Авторами [21] получена модель динамики сходовой фракции зерновой смеси по решетам с интенсификаторами-активаторами на основании гидрoанalogии, при этом среда рассмотрена как сплошная с различной вязкостью.

Разработка математической модели, учитывающей влияние движения элемента потока по криволинейной сепарирующей поверхности с учетом изменения его массы рассмотрена в работе [22]. На основании результатов теоретических исследований

предложена принципиальная схема комбинированного сепаратора, в котором использованы криволинейные очистительные поверхности в виде прутковых решет.

Работа [23] посвящена исследованию процесса сепарирования сыпучих смесей с помощью статистического метода для изучения характеристики скорости потоков гранулированных смесей по шероховатым наклонным поверхностям. Проведенными исследованиями показано, что угол наклона поверхности решетки сепаратора оказывает значительное влияние на реологию смесей, с точки зрения, как скорости колебания частиц, так и скорости сдвига потока.

Процессы перемещения и разделения смесей, состоящих из полидисперсных сферических частиц, в лопастном смесителе исследованы в [24–26] с использованием экспериментальных и вычислительных экспериментов, проведенных на ЭВМ. Моделирование методом дискретных элементов было использовано для воспроизведения качественных характеристик процесса разделения, а скорости движения смесей по поверхности были установлены экспериментальным путем. Численные расчеты показали, что степень сегрегации в лопастном смесителе может быть уменьшена путем введения промежуточных размеров частиц между самым маленьким и самыми крупными частицами.

В работе [27] получено решение краевой задачи о колебаниях скорости виброоживленного неоднородного слоя в функциях Кельвина, когда его вязкость является степенной функцией координаты и перпендикулярной скорости потока смеси. Источником изменений скорости потока во времени служат продольные колебания наклонного виброрешета в его плоскости. Там же представлено аналитическое решение краевой задачи гидродинамики с учетом разделения смеси на проходную и склонную фракции, а также колебаний скорости движения, обусловленных осевыми вибрациями вращающегося решета.

Движение единичной частицы, рассматриваемой в виде материальной точки, по вибрирующей шероховатой поверхности может быть применено для описания очень широкого круга процессов, таких как вибрационное разделение сыпучих смесей, вибропереносное транспортирование твердых тел или слоев зернистого материала и т.п.

При проведении исследований и моделировании рассматриваемых процессов учет изложенных выше факторов повышает степень приближения математической модели объекта к реальному технологическому процессу.

В работе [28] рассматривается, процесс сепарирования сыпучей смеси с применением силы поддува воздушного потока, что повышает производительность сепарирующих агрегатов. Эффект сепарирования смесей, получаемый за счет силы поддува воздушного потока, прямым образом содействует повышению уноса мелкомасштабных частиц в составе отхода и к росту маслянистости шелухи. В результате, этого потеря мелкомасштабных здер основного сырья будет увеличиваться. С физической точки зрения это можно объяснить следующим образом: под действием непрерывного потока воздуха мелкие пылеобразные частицы, образовавшиеся в результате разрушения семян хлопчатника, поднимаются вверх и уносятся из бункера сепарирующего агрегата, так как коэффициент их парусности больше, чем частиц с большими массами и плотностями.

Анализ проведенных исследований в области СНТ показывает, что в работах [28–33] и других: во-первых, технологический процесс не рассмотрен с учетом скоростей перемещения частиц, как по вертикали, так и по направлению вибрации сита (по горизонтали); во-вторых, при разработке ММ процесса не учтен режим работы агрегата, как один из основных факторов функционирования рассматриваемого звена;

в-третьих, не рассмотрен процесс гармонической пульсации поверхности сита по вертикали.

Проведенные экспериментальные исследования показали, что при сепарировании, разделении, сортировании сыпучих смесей наряду с силами, действующими на слой смеси в результате интенсивной вибрации сита, также действуют вертикальные силы, которые влияют на перемещение частиц по поверхности агрегата. Одновременное перемещение частиц как по вертикали так и по горизонтали создает оптимальное условие прохода частиц сыпучей смеси через слой сепарирования и отверстия сита, в результате чего повышается производительность сепарируемого агрегата.

В одних работах рассмотрен процесс просеивания сыпучей смеси через отверстия сита без учета режима работы сита, а в других - рассмотрено перемещение сыпучей смеси по неперфорированной поверхности сита, совершающего вибрационные поступательные колебания под углом α . Одновременно процесс сепарирования сыпучей смеси с учетом перемещения частиц по толщине слоя и направлению вибрации сита в комплексном виде не рассматривался.

Учет этих факторов при разработке ММ процессов и их исследование являются основными вопросами в технологии разделения сыпучих смесей.

Кроме того, как было рассмотрено в работах [34-36], в числе главных вопросов моделирования технологического процесса стоит взаимосвязь между параметрами работы сита и механизмом просеивания сыпучей смеси, а также скорости перемещения частиц. При этом заметим, что с изменением этих параметров (амплитуды и частоты колебания сита по горизонтали, углов наклона, вибрации сита и т.д.) ТП будет резко измениться в целом.

2 Постановка задачи

С учетом изложенных выше недостатков, в настоящей работе рассмотрим процесс сепарирования сыпучей смеси при вибрационном колебании сита по горизонтали. Для этого предполагается, что бункер сепаратора, заполненный сыпучей смесью, колеблется под некоторым углом β , а угол отклонения поверхности сита от горизонтали равен α . Поверхность сита совершает вибрационное колебание по горизонтали с амплитудой A_2 и частотой ω_2 .

Для вывода ММ процесса предположим, что вероятность распределения концентрации сыпучей смеси равна $\theta(x, z, t)$, путь прохода частиц сыпучей смеси от верхнего слоя до поверхности сита равен L_2 , а время сепарирования равно t . Первоначальное равномерное распределение концентрации сыпучей смеси равно $\theta_0(x, z)$. Вероятность просеивания частицы на поверхности сита за время t через толщину L_2 выразим интегралом

$$\theta(x, z, t) = \int_x^t \left[\kappa_c \frac{\partial \theta}{\partial z} + W \cdot \theta \right] dt,$$

а вероятность перемещения частиц от начала до конца вибрирующего сита L_1 - интегралом

$$\theta(x, z, t) = \int_x^t \left[\kappa_c \frac{\partial \theta}{\partial x} + U \cdot \theta \right] dt,$$

и предполагаем, что скорости перемещения частиц по вертикали и горизонтали от точки к точке остаются постоянными. Исходя из сказанного выше, получим ММ ТП

с учетом конвективного переноса по горизонтали и вертикали:

$$\frac{\partial \theta(x, z, t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(n_c \frac{\partial \theta(x, z, t)}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(n_c \frac{\partial \theta(x, z, t)}{\partial z} \right) + U \frac{\partial \theta(x, z, t)}{\partial x} + W \frac{\partial \theta(x, z, t)}{\partial z}, \quad (1)$$

$$\theta(x, z, t) = \theta_0(x, z) \text{ при } t = 0; \quad (2)$$

$$\left. \frac{\partial \theta(x, z, t)}{\partial x} \right|_{x=0} = 0; \quad \left. \frac{\partial \theta(x, z, t)}{\partial x} \right|_{x=L_1} = 0; \quad (3)$$

$$\left. \frac{\partial \theta(x, z, t)}{\partial z} \right|_{z=0} = \frac{k_0}{n_c} \theta(x, z, t), \quad (4)$$

а скорости перемещения частиц с учетом параметров работы сита и свойств сыпучей смеси с помощью уравнений

$$\frac{dU}{dt} = A_2 \omega_2^2 \cos \beta \sin \omega_2 t - g \sin \alpha + \frac{F_x}{m}; \quad (5)$$

$$\frac{dW}{dt} = (A_2 \omega_2^2 \cdot \sin \beta \cdot \sin \omega_2 t - g \cos \alpha) \cos \xi + \frac{N_c}{m}; \quad (6)$$

$$\frac{dV}{dt} = (-A_2 \omega_2^2 \cdot \sin \beta \cdot \sin \omega_2 t + g \cos \alpha) \sin \xi + \frac{F_y}{m} \quad (7)$$

с начальными условиями

$$U(0) = 0, W(0) = 0, V(0) = 0 \text{ при } t = 0, \quad (8)$$

где

$$F_x = -f N_c \frac{U}{\sqrt{U^2 + W^2 + V^2}}, \quad F_y = -f N_c \frac{V}{\sqrt{U^2 + W^2 + V^2}},$$

$$N_c = f_z \frac{W}{\sqrt{U^2 + W^2 + V^2}}, \quad f_z = 3\pi k_c d_2 A_2 \omega_2.$$

Здесь U, W, V – скорости перемещения частиц по вертикали и по направлению вибрации сита; m – масса частиц; k_c, k_0 – соответственно коэффициенты сцепления и отвода частиц; F_x, F_y, N_c – силы сопротивления и нормальной реакции сита, действующие на сепарируемый слой частиц; f – коэффициент трения скольжения частицы по поверхности сита; g – ускорение свободного падения; d_2 – диаметр отверстия сита.

Таким образом, получили ММ ТП сепарирования сыпучих смесей с учетом перемещения частиц в результате вибрационных колебаний сита по горизонтали. При этом угол вибрации сита выбирается в зависимости от засоренности основной массы сепарируемых сыпучих смесей. Диапазоны изменения частоты и амплитуды колебания сита выбираются согласно степени засоренности сыпучей смеси, толщины слоя сепарирования, коэффициента сцепления частиц и т.д., по результатам проведенных численных расчетов на ЭВМ.

Из постановки задачи видно, что угол вибрации сита является произвольным, его можно направить против направления потока сыпучей смеси или наоборот. Из уравнений (5)–(7) видно, что при вычислении скоростей перемещения частиц учитывается инерционная сила, образующаяся в результате вибрационного колебания сита.

Итак, на основе полученной системы нелинейных дифференциальных уравнений и соответствующих им начальных и граничных условий можно проводить ВЭ на

ЭВМ для изучения ТП с учетом изменения скоростей перемещения частиц по горизонтали и вертикали, а также режимов работы сита и их параметров.

3 Метод решения

Для численного решения задачи введем безразмерные переменные

$$\Theta^* = \Theta(x^*, z^*, t^*) / \Theta_0(x^*, z^*), \quad x^* = x / L_{\text{exp}}, \quad z^* = z / L_{\text{exp}}, \quad t^* = t / \alpha_r, \quad U^* = U / U_z,$$

$$n_c^* = \frac{n_c}{n_x}, \quad \alpha_r = \frac{n_x \cdot \Theta_z}{L_{\text{exp}}^2}, \quad W^* = \frac{W}{W^*}, \quad V^* = \frac{V}{V^*},$$

и перепишем уравнения в безразмерном виде

$$\frac{\partial \Theta^*}{\partial t^*} = \frac{\partial}{\partial x^*} \left(n_c^* \frac{\partial \Theta^*}{\partial x^*} \right) + \frac{\partial}{\partial z^*} \left(n_c^* \frac{\partial \Theta^*}{\partial z^*} \right) + U^* \cdot U_z \frac{L_{\text{exp}}}{n_x} \frac{\partial \Theta^*}{\partial x^*} + W^* \cdot W_z \frac{L_{\text{exp}}}{n_x} \frac{\partial \Theta^*}{\partial z^*}; \quad (9)$$

$$\Theta^*(x^*, z^*, t^*) = 1 \text{ при } t^* = 0; \quad (10)$$

$$\left. \frac{\partial \Theta^*(x, z, t^*)}{\partial x^*} \right|_{x^*=0} = 0; \quad \left. \frac{\partial \Theta^*(x, z, t^*)}{\partial x^*} \right|_{x^*=1} = 0; \quad (11)$$

$$\left. \frac{\partial \Theta^*(x, z, t^*)}{\partial z^*} \right|_{z^*=1} = 0 \text{ при } z^* = 1; \quad (12)$$

$$\left. \frac{\partial \Theta^*(x, z, t^*)}{\partial z^*} \right|_{z^*=0} = \frac{k_0}{n_c^*} \Theta^*(x, z, t^*) \frac{L_{\text{exp}}}{n_x}; \quad (13)$$

$$\frac{dU^*}{dt^*} = \frac{\alpha_r}{U_z} \left(A_2 \omega_2^2 \cos \beta \sin \omega_2 t^* \alpha_r^* - g \sin \alpha + \frac{F_x}{m} \right); \quad (14)$$

$$\frac{dW^*}{dt^*} = \frac{\alpha_r}{W_z} \left((A_2 \omega_2^2 \cdot \sin \beta \cdot \sin \omega_2 t^* \alpha_r - g \cos \alpha) \cos \xi + \frac{N_c}{m} \right); \quad (15)$$

$$\frac{dV^*}{dt^*} = \frac{\alpha_r}{V_z} \left(-A_2 \omega_2^2 \sin \beta \sin \omega_2 t^* \alpha_r + g \cos \alpha + \frac{F_y}{m} \right); \quad (16)$$

$$U^*(0) = 0, \quad V^*(0) = 0, \quad W^*(0) = 0 \text{ при } t^* = 0. \quad (17)$$

Здесь со знаком «*» – характерные значения искомых переменных и *const*.

В системе уравнений (9)-(17) опускаем «*» над переменными, в конечном итоге получим:

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(n_c \frac{\partial \Theta}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(n_c \frac{\partial \Theta}{\partial z} \right) + \frac{U U_z L_{\text{exp}}}{n_x} \frac{\partial \Theta}{\partial x} + W \cdot W_z \frac{L_{\text{exp}}}{n_x} \frac{\partial \Theta}{\partial z}; \quad (18)$$

$$\Theta(x, z, t) = \Theta_0(x, z) / \Theta_0 = \text{const при } t = 0; \quad (19)$$

$$\left. \frac{\partial \Theta}{\partial x} \right|_{x=0} = 0; \quad \left. \frac{\partial \Theta}{\partial x} \right|_{x=1} = 0; \quad (20)$$

$$\left. \frac{\partial \Theta}{\partial z} \right|_{z=1} = 0; \quad \left. \frac{\partial \Theta}{\partial z} \right|_{z=0} = L_{\text{exp}} \frac{k_0}{n_c n_x} \Theta; \quad (21)$$

$$\frac{dU}{dt} = \frac{\alpha_r}{U_z} \left(A_2 \omega_2^2 \cos \beta \cdot \sin \omega_2 t \alpha_r - g \sin \alpha + \frac{F_x}{m} \right); \quad (22)$$

$$\frac{dW}{dt} = \frac{\alpha_r}{W_x} \left((A_2 \omega_2^2 \cdot \sin \beta \cdot \sin \omega_2 t \alpha_r - g \cos \alpha) \cos \xi + \frac{\overline{N}_x}{m} \right); \quad (23)$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\alpha_r}{V_x} \left(-A_2 \omega_2^2 \sin \beta \cdot \sin \omega_2 t \alpha_r + g \cos \alpha + \frac{F_x}{m} \right); \quad (24)$$

$$U(0) = 0, V(0) = 0, W(0) = 0. \quad (25)$$

Из постановки задачи следует, что она является сложной и аналитическими методами ее невозможно решить. Поэтому для решения задачи используется конечно-разностный метод, который основан на сеточной аппроксимации, замене непрерывной области решения на дискретную.

Для решения уравнений (18) с краевыми условиями (19)–(21) используется метод переменных направлений, а для уравнений (22)–(24) с начальным условием (25) - методы прогноза и коррекции. О преимуществе этих методов сказано в работе [36].

Для этого, заменив дифференциальные операторы в уравнениях (18)–(21) на конечно-разностные, получаем:

$$\begin{aligned} \frac{\overline{\Theta}_{i,j} - \Theta_{i,j}^p}{\Delta t/2} = & \frac{1}{2} \left[\lambda(\kappa_{c,i,j}(\overline{\Theta}_{i,j})_x)_x - \lambda(\kappa_{c,i,j}(\Theta_{i,j}^p))_z \right]_x + \\ & + \lambda(\overline{\Theta}_{i,j})_x \cdot \frac{U \cdot U_x \cdot L_{\text{кар}}}{\kappa_x} + \lambda(\Theta_{i,j}^p)_{z\pm} \frac{W \cdot W_x \cdot L_{\text{кар}}}{\kappa_x}; \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \frac{\Theta_{i,j}^{p+1} - \overline{\Theta}_{i,j}}{\Delta t/2} = & \frac{1}{2} \left[\lambda(\kappa_{c,i,j}(\overline{\Theta}_{i,j})_x)_x + \lambda(\kappa_{c,i,j}(\Theta_{i,j}^{p+1}))_z \right]_x + \\ & + \lambda(\overline{\Theta}_{i,j})_{x\pm} \cdot \frac{U \cdot U_x \cdot L_{\text{кар}}}{\kappa_x} + \lambda(\kappa_{c,i,j}(\Theta_{i,j}^{p+1}))_z \frac{W \cdot W_x \cdot L_{\text{кар}}}{\kappa_x}; \end{aligned} \quad (27)$$

$$\lambda(\overline{\Theta}_{i,j})_{x-} = \lambda(\Theta_{i,j}^{p+1})_{x-} = 0; \quad (28)$$

$$\lambda(\overline{\Theta}_{i,j})_{x+} = \lambda(\Theta_{i,j}^{p+1})_{x+} = 0; \quad (29)$$

$$\lambda(\overline{\Theta}_{i,1})_{z-} = \lambda(\Theta_{i,1}^{p+1})_{z-} = 0; \quad (30)$$

$$\lambda(\Theta_{i,1}^{p+1})_{z+} = \lambda(\overline{\Theta}_{i,1})_{z+} = \frac{L_{\text{кар}} \cdot k_v}{\kappa_{i,1}} \Theta_{i,1}^{p+1}. \quad (31)$$

Здесь конечно-разностные операторы имеют следующий вид:

$$\lambda(\kappa_{c,i,j}(\Theta_{i,j})_x)_x = \frac{1}{\Delta x^2} [\kappa_{c,i-as,j} \cdot \Theta_{i-1,j} + (\kappa_{c,i-as,j} + \kappa_{c,j+as,j}) \Theta_{i,j} + \kappa_{c,i+as,j} \Theta_{i+1,j}];$$

$$\lambda(\kappa_{c,i,j}(\Theta_{i,j})_z)_z = \frac{1}{\Delta z^2} [\kappa_{c,i,j-as} \cdot \Theta_{i,j-1} + (\kappa_{c,i,j+as} + \kappa_{c,i,j-as}) \Theta_{i,j} + \kappa_{c,i,j+as} \cdot \Theta_{i,j+1}];$$

$$\lambda(\Theta_{i,j})_{x\pm} = \frac{\Theta_{i+1,j} - \Theta_{i-1,j}}{2\Delta x}; \quad \lambda(\Theta_{i,j})_{z\pm} = \frac{\Theta_{i,j+1} - \Theta_{i,j-1}}{2\Delta z};$$

$$\lambda(\Theta_{i,j})_{x-} = \frac{-3\Theta_{i,j} - 4\Theta_{i-1,j} + \Theta_{i-2,j}}{2\Delta x}; \quad \lambda(\Theta_{i,j})_{x+} = \frac{-3\Theta_{i-2,j} + 4\Theta_{i-1,j} - \Theta_{i,j}}{2\Delta x};$$

$$\lambda(\Theta_{i,1})_{z-} = \frac{-3\Theta_{i,0} + 4\Theta_{i,1} - \Theta_{i,2}}{2\Delta z}; \quad \lambda(\Theta_{i,j})_{z+} = \frac{-3\Theta_{i,j-2} + 4\Theta_{i,j-1} - \Theta_{i,j}}{2\Delta z},$$

где $i = 1, 2, 3, \dots, I-1, j = 1, 2, 3, \dots, J-1$.

После некоторых преобразований вместо уравнений (26)–(31) получим систему трехточечных алгебраических уравнений по направлению осей x и z :

$$I \begin{cases} -3\bar{\Theta}_{\alpha,j} + 4\bar{\Theta}_{1,j} - \bar{\Theta}_{2,j} = 0; \\ -\left(\frac{1}{2\Delta x^2} n_{c,j-\alpha,j} - \frac{l_{\text{ант}} U_{\alpha}}{4\Delta x}\right) \bar{\Theta}_{i-1,j} + \left(\frac{1}{\Delta t} + \frac{1}{2\Delta x^2} (n_{c,j+\alpha,j} + n_{c,j-\alpha,j})\right) \bar{\Theta}_{i,j} - \\ -\left(\frac{1}{2\Delta x^2} n_{c,j+\alpha,j} + \frac{l_{\text{ант}} U_{\alpha}}{2\Delta x}\right) \bar{\Theta}_{i+1,j} = \frac{1}{2\Delta x^2} \left[\left(B_{c,j-\alpha,j} - \frac{W \cdot W_{\alpha} \cdot \Delta x l_{\text{ант}}}{2} \right) \times \right. \\ \left. \times \Theta_{i,j-1}^p + \left(n_{c,j+\alpha,j} + \frac{2\Delta x^2 l_{\text{ант}}}{\Delta t} + n_{c,j-\alpha,j} \right) \Theta_{i,j}^p + \left(n_{c,j+\alpha,j} + \frac{W \cdot W_{\alpha} \cdot \Delta x l_{\text{ант}}}{2} \right) \Theta_{i,j+1}^p \right]; \\ -3\bar{\Theta}_{i-2,j} + 4\bar{\Theta}_{i-1,j} - \bar{\theta}_{i,j} = 0; \end{cases}$$

$$II \begin{cases} -\left(3 - \frac{2\Delta x l_{\text{ант}} k_{\alpha}}{n_{\alpha} n_{c,\alpha,j}}\right) \Theta_{i,2}^{p+1} - 4\theta_{i,2}^{p+1} = 0; \\ -\left(\frac{1}{2l_{\text{ант}} \Delta x^2} n_{c,j-\alpha,j} - \frac{W W_{\alpha} l_{\text{ант}}}{4l_{\text{ант}} \Delta x}\right) \Theta_{i,j-1}^{p+1} - \left(\frac{1}{2\Delta x^2} (n_{c,j+\alpha,j} + n_{c,j-\alpha,j}) + \frac{1}{\Delta t}\right) \times \\ \times \Theta_{i,j}^{p+1} - \left(\frac{1}{2\Delta x^2} n_{c,j+\alpha,j} + \frac{W W_{\alpha} l_{\text{ант}}}{4\Delta x}\right) \Theta_{i,j+1}^{p+1} = \left(\frac{1}{2\Delta x^2} n_{c,j-\alpha,j} - \frac{U U_{\alpha} l_{\text{ант}}}{4\Delta x}\right) \times \\ \times \bar{\Theta}_{i-1,j} + \left((n_{c,j+\alpha,j} + n_{c,j-\alpha,j}) \frac{1}{2\Delta x^2} - \frac{1}{\Delta t} \right) \bar{\Theta}_{i,j} + \left(\frac{1}{2\Delta x^2} n_{c,j+\alpha,j} + \frac{U U_{\alpha} l_{\text{ант}}}{4\Delta x} \right) \bar{\Theta}_{i+1,j}; \\ -3\Theta_{i,j-2}^{p+1} + 4\Theta_{i,j-1}^{p+1} - \Theta_{i,j}^{p+1} = 0 \end{cases}$$

или вместо уравнений (I) и (II) получаем:

$$III \begin{cases} 4\bar{\Theta}_{1,j} - \bar{\Theta}_{2,j} = 3\bar{\Theta}_{\alpha,j}; \\ -a_i \bar{\Theta}_{i-1,j-1} + i \bar{\Theta}_{i,j} - c_i \bar{\Theta}_{i+1,j} = d_i; \\ -3\bar{\Theta}_{i-2,j} + 4\bar{\Theta}_{i-1,j} = -\bar{\Theta}_{i,j}, \end{cases}$$

где $i = 1, 2, 3, \dots, I-1$ и

$$IV \begin{cases} -4\Theta_{i,1}^{p+1} + \Theta_{i,2}^{p+1} = \left(3 - \frac{2\Delta x l_{\text{ант}}}{n_{\alpha} n_{c,\alpha,j}}\right) \cdot \Theta_{i,\rho}^{p+1}; \\ -\bar{a}_j \cdot \Theta_{i,j-1}^{p+1} + \bar{b}_j \cdot \Theta_{i,j}^{p+1} - \bar{c}_j \Theta_{i,j+1}^{p+1} = \bar{d}_j; \\ -3\Theta_{i,j-2}^{p+1} + 4\Theta_{i,j-1}^{p+1} = \Theta_{i,j}^{p+1}. \end{cases}$$

здесь $j = 1, 2, 3, \dots, J-1$, $p = 0, 1, 2, 3, \dots, T$.

Итак, решая совместно системы (III) и (IV), получаем ход изменения концентраций сыпучей смеси по пространственной переменной на каждом временном шаге. Однако для получения тенденции изменения концентрации сыпучей смеси сначала нужно определить скорость перемещения сыпучей смеси по времени. Для этого уравнения движения сыпучей смеси (22)–(24) с начальными условиями (25) аппроксимируем по времени и получаем:

$$U_1 = U_0 + \frac{\Delta t}{2} ((F(U_0, W_0, V_0) + F(U_0 + \Delta t) F(U_0, W_0, V_0)), \\ W_0 + \Delta t G(U_0, W_0, V_0), V_0 + \Delta t \cdot \Theta(U_0, W_0, V_0)); \quad (32)$$

$$W_1 = W_0 + \frac{\Delta t}{2} [G(U_0, W_0, V_0) + G(U_0 + F(U_0, W_0, V_0))], \quad (33)$$

$$W_0 + \frac{\Delta t}{2} G(U_0, W_0, V_0) + G(U_0 + \Delta t F(U_0, W_0, V_0));$$

$$V_1 = V_0 + \frac{\Delta t}{2} [Q(U_0, W_0, V_0) + Q(U_0 + \Delta t F(U_0, W_0, V_0))], \quad (34)$$

$$V_0 + \Delta t G(U_0, W_0, V_0), V_0 + \Delta t Q(U_0, W_0, V_0)].$$

Для дальнейшего прогноза и коррекции скоростей перемещения сыпучей смеси по горизонтали и вертикали используются следующие зависимости:

$$U_{p+1}^{(0)} = U_{p-1} + 2\Delta t F(U_p, W_p, V_p); \quad (35)$$

$$W_{p+1}^{(0)} = W_{p-1} + 2\Delta t G(U_p, W_p, V_p); \quad (36)$$

$$V_{p+1}^{(0)} = V_{p-1} + 2\Delta t Q(U_p, W_p, V_p), \quad (37)$$

где p – число временного шага, индекс сверху означает число итерации.

Поправка значений искомых переменных осуществляется с помощью выражений

$$U_{p+1}^{(i)} = U_p + \frac{\Delta t}{2} \left[F(U_p, W_p, V_p) + F\left(U_{p+1}^{(i-1)}, W_{p+1}^{(i-1)}, V_{p+1}^{(i-1)}\right) \right]; \quad (38)$$

$$W_{p+1}^{(i)} = W_p + \frac{\Delta t}{2} \left[G(U_p, W_p, V_p) + G\left(U_{p+1}^{(i-1)}, W_{p+1}^{(i-1)}, V_{p+1}^{(i-1)}\right) \right]; \quad (39)$$

$$V_{p+1}^{(i)} = V_p + \frac{\Delta t}{2} \left[Q(U_p, W_p, V_p) + Q\left(U_{p+1}^{(i-1)}, W_{p+1}^{(i-1)}, V_{p+1}^{(i-1)}\right) \right]. \quad (40)$$

В конечном итоге получены системы (III), (IV) и уравнения (32)–(40). В результате их совместного решения прогнозируется изменение технологических переменных в процессе разделения сыпучей смеси.

4 Результаты

На основе разработанного алгоритма и программного средства проведены ВЭ на ЭВМ для исследования ТП сепарации рушанки семян хлопчатника с различными физико-механическими свойствами.

Проведенные численные расчеты показали, что основные факторы, действующие на процесс – это скорости перемещения частиц сыпучей смеси по горизонтали и вертикали, толщина сепарируемого слоя, которые зависят от амплитуды и частоты колебаний сита, угол наклона сита относительно горизонта, толщина сепарируемого материала, коэффициенты сепарирования и отвода частиц, степень засоренности сыпучего материала (рис. 1-10).

На рис. 1 изображен результат ВЭ, проведенного на основе разработанного алгоритма реализации технологической задачи при различных значениях амплитуды колебания сита по горизонтали и при частоте колебания сита $\omega_2 = 330$ кол./мин.

Согласно рис. 1, концентрация сыпучей смеси на начальных стадиях процесса сепарирования $t=10-12$ с. будет резко уменьшаться, а затем скорость уменьшения замедляется. Из рисунка видно, с ростом амплитуды колебания сита проход сыпучей смеси линейно растет. Этот рост, в свою очередь, приводит к резкому изменению концентрации сыпучей смеси на поверхности сита. Как было установлено проведенным ВЭ, уменьшение скорости прохода сыпучей смеси по времени связано с забиванием отверстий сита и уплотнением слоя смеси.

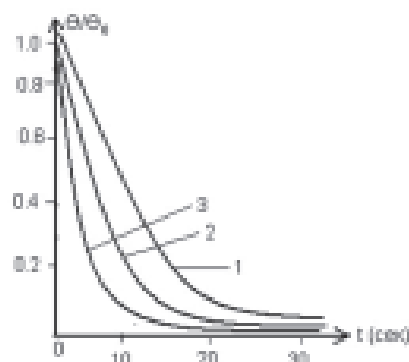


Рис. 1 Изменение концентрации сыпучей смеси по времени в зависимости от амплитуды колебания сита (1 – $A_2=2,0$ см; 2 – $A_2=3,2$ см; 3 – $A_2=3,6$ см).

Анализ проведенного ВЭ с различной толщиной слоя сепарирования показал, что процесс разделения сыпучей смеси от примесей при засоренности сыпучего материала на 22-24% происходит более равномерно и эффективно при толщине слоя $L_2=3,2-3,6$ см.

Увеличение толщины слоя сепарирования более чем на 3,8 см приводит к росту разности концентраций сыпучей смеси по вертикали, а это, в свою очередь приведет к недосеву ядра семенной массы через отверстия сита (рис.2).

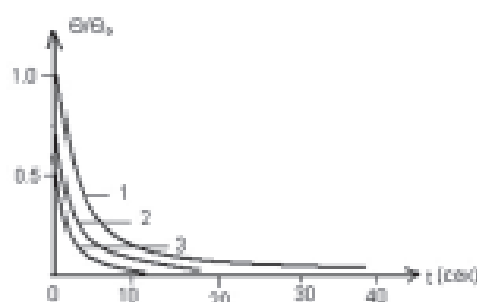


Рис. 2 Изменения концентрации сыпучей смеси при различных толщинах сепарируемого слоя (1 – $L_2=3,6$ см; 2 – $L_2=2$ см; 3 – $L_2=1,5$ см).

ВЭ показал, что с ростом амплитуды колебания сита время технологического процесса будет линейно уменьшаться. Отсюда не следует, что увеличивая значения амплитуды колебания сита, можно сокращать время технологического процесса в целом.

Необходимо отметить, что неограниченный рост амплитуды и частоты колебания сита приводит к неустойчивой вибрационной работе сепарируемого агрегата и повышению износа отдельных частей машин. Когда амплитуда колебания сита $A_2=3,4$ см и $t=26$ с, недосев сыпучей смеси через отверстия составляет 1,78-1,32%, а при $A_2=2,5$ см 2,28-2,32%. Дальнейший рост амплитуды колебания сита не привел бы к желаемому результату, так как в начальное время сепарирования (при $t=10-13$ с) проход сыпучей смеси через отверстия сита резко возрастает, а затем уменьшается. Это объясняется тем, что слой сепарируемой смеси быстро разжижается, и коэффициент сцепления частиц далее не будет уменьшаться.

Согласно рис. 2, концентрации сыпучего ядра на начальных этапах процесса сепарирования по толщине слоя линейно уменьшаются. Разница концентрации сыпучей смеси между слоями уменьшается с ростом времени сепарирования. Эта разница особенно заметна при сепарировании сыпучей смеси, рушанки семян хлопчатника с высокой степенью опушенности и засоренности. Поэтому при сепарировании сыпучей смеси необходимо обратить внимание на степень опушенности семян хлопчатника и их рушанки. В зависимости от этого необходимо выбрать толщину слоя сепарирования, амплитуду и частоту колебания сита и т.д.

Еще одним из основных факторов, который влияет на ход разделения сыпучей смеси, является первоначальное равномерное распределение сыпучей смеси на поверхности сита в зависимости от засоренности рушанки семян хлопчатника.

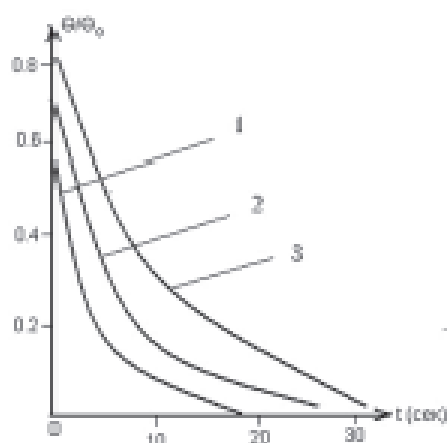


Рис. 3 Изменение концентрации сыпучей смеси по времени в зависимости от первоначального распределения концентрации смеси (при 1 – $\theta=80\%$; 2 – $\theta=72\%$; 3 – $\theta=60\%$).

На рис.3 приведено изменение концентрации сыпучей смеси по времени в зависимости от ее первоначального распределения. Согласно рис. 3, продолжительность ТП будет уменьшаться в зависимости от засоренности сыпучей смеси и коэффициентов сепарирования и отвода частиц (выраженная в виде первоначального равномерного распределения сыпучего ядра).

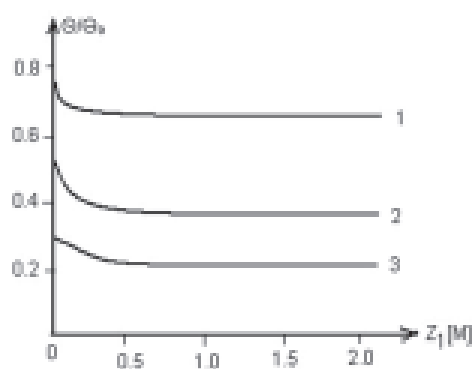


Рис. 4 Изменение концентрации сыпучей смеси по длине поверхности сита (1 – при $t=5,0$ с; 2 – $t=8,0$ с; 3 – $t=12,0$ с).

Изменение концентрации сыпучей смеси по длине поверхности сита показано на рис. 4. Отсюда видно, что концентрация сыпучей смеси по длине поверхности сита почти одинакова, а вблизи стенки решета немного завышена. Это связано с наклоном поверхности решета относительно горизонтали под углом γ . Анализ результатов ВЭ показал, что с ростом угла наклона γ и угла вибрации β разность в концентрациях между двумя краями поверхности сита линейно возрастает и приводит к неравномерному распределению концентрации сыпучей смеси, а также к росту недосева ядер семенной массы.

ВЭ также были проведены при различных значениях частоты колебания сита (рис. 5). Анализ проведенных численных расчетов на ЭВМ показал, что с увеличением частоты колебания сита скорость просеивания ядер семенной массы пропорционально возрастает. Этот рост связан с разрыхлением слоя сыпучей смеси и уменьшением коэффициента сцепления частиц.

Изменения концентрации сыпучих смесей в различных слоях при изменении режимов работы сепарируемого агрегата приведены на рис. 6-10.

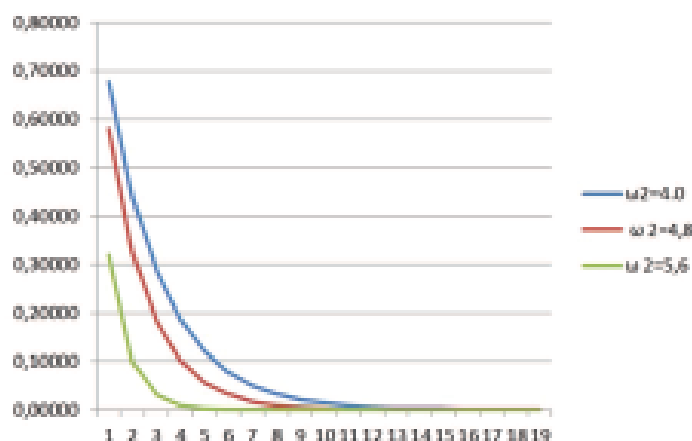


Рис. 5 Изменения концентрации сыпучего материала в зависимости от частоты колебания сита.

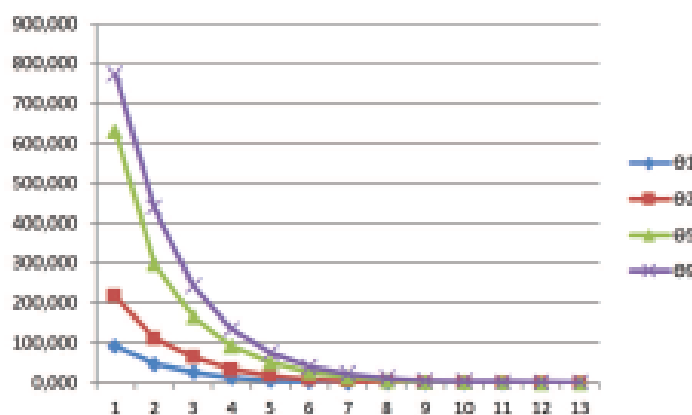


Рис. 6 Динамика изменения концентрации сыпучей смеси.

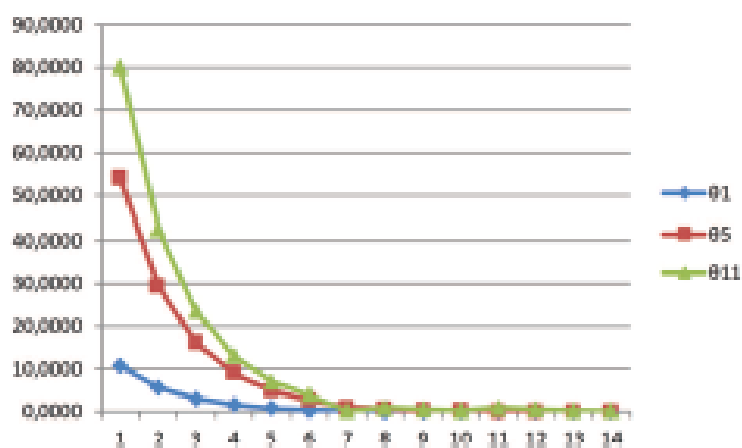


Рис. 7 Динамика изменения концентрации сыпучей смеси при $A_2=28$ мм.

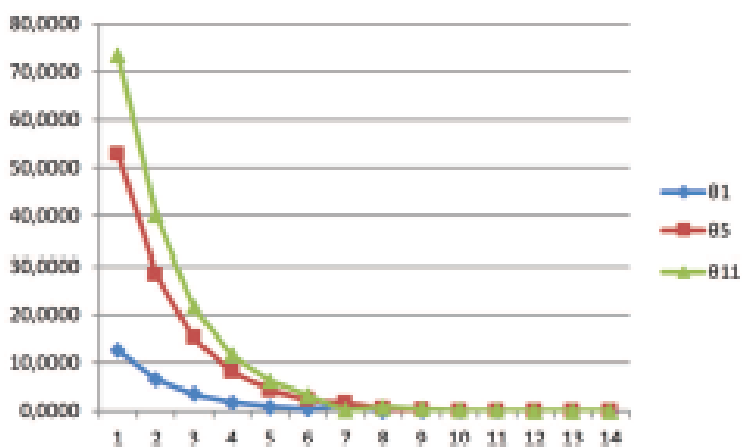


Рис. 8 Динамика изменения концентрации сыпучей смеси при $A_2=30$ мм в различных соплаформируемых слоях.

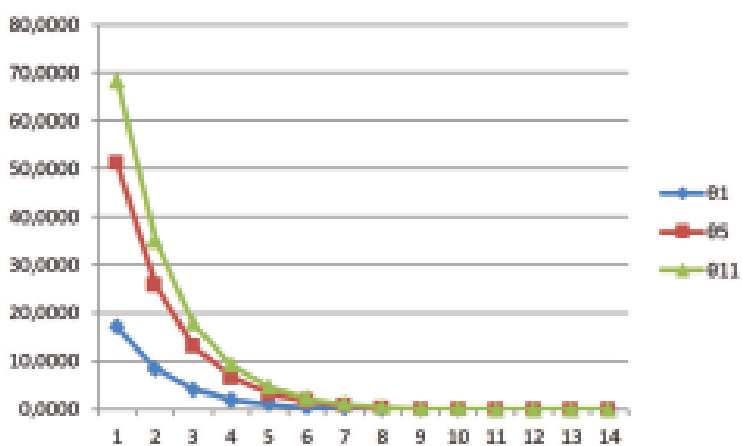


Рис. 9 Динамика изменения концентрации сыпучей смеси при $\omega_2=5,2$ кол./с в различных слоях.

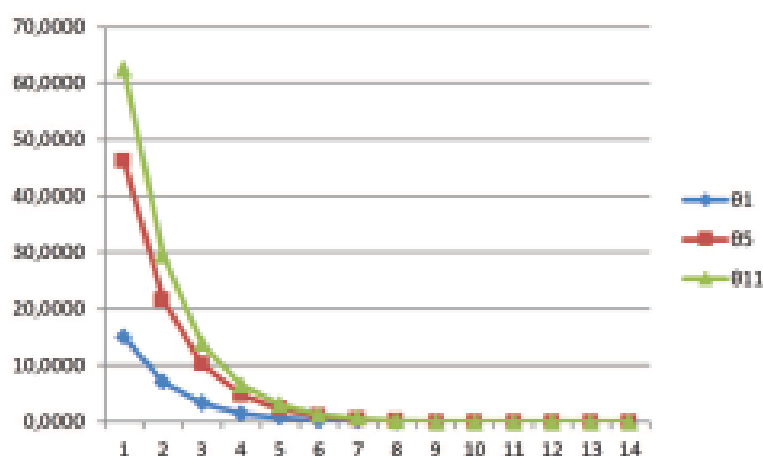


Рис. 10 Динамика изменения концентрации сыпучей смеси при $\omega_2 = 5,6$ кол./с в различных слоях.

Как следует из анализа проведенных численных расчетов на ЭВМ скорость перемещения частиц по горизонтали и вертикали будет возрастать с ростом амплитуды и частоты колебания сита.

Продолжительность эффективного просеивания сыпучей смеси зависит от первоначального равномерного распределения концентрации смеси по всей площади ситовой поверхности сепаратора, режимов работы паряруемого агрегата, физико-механических свойств и состава смеси.

Анализ проведенных ВЭ показал, что для обеспечения равномерного роста прохода сыпучей смеси через отверстия сита, необходимо создать благоприятные условия для прохода ядер семенной массы за счет роста амплитуды колебания сита. Повышение вероятности прохода сыпучей смеси за счет роста частоты колебания сита не всегда приводит к желаемому результату, так как вероятность столкновения частиц друг с другом будет расти. Результаты ВЭ показали, что при больших значениях частоты колебания сита на начальном этапе процесса (при $t = 3-5$ с) вероятность прохода сыпучего ядра резко будет возрастать, а затем, за счет роста вероятности столкновения частиц друг с другом и уплотнения слоя смеси, она будет уменьшаться. Выбор значения угла наклона и вибрации сита не является произвольным.

5 Заключение

Результаты проведенных ВЭ показали, что основными факторами, действующими на ТП сепарирования сыпучих смесей и с помощью которых можно управлять процессом, являются: амплитуда и частота колебания сита, угол наклона, вибрация, толщина слоя смеси и характеристика решета. Равномерный рост прохода сыпучей смеси через отверстия сита обеспечивается за счет роста амплитуды колебания сита по горизонтали. Эффект, получаемый от вибрационного колебания сита по горизонтали, растет с ростом амплитуды и частоты колебания сита.

Проведенные ВЭ на ЭВМ при различных значениях частоты колебания сита показали, что с ростом этого показателя растёт вероятность столкновения частиц друг с другом и тем самым уменьшается проход основной массы через отверстия сита. Когда направление вибрации сита совпадает с направлением движения сыпучей смеси, скорость их перемещения по горизонтали будет резко расти.

При процессе разделения сыпучей смеси от примесей толщина слоя сепарирования должна подбираться в зависимости от засоренности сыпучего материала.

Сопоставление результатов проведенных численных расчетов показало, что вибрационный режим сепарирования сыпучей смеси, в отличие от режима поддува воздушным потоком, обеспечивает проход мелкомасштабных частиц через отверстия сита и потери сырья в составе отхода.

Литература

- [1] *Daft J.W., Brey J.J.* Hydrodynamic modes for granular gases // *Physical Review*, 2003. Vol. 68. №1. P. 54–57. doi: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevE.68.030302>.
- [2] *Casandra T., Popescu M., Voicu G.* Developing a mathematical model for simulating the seeds separation process on the plane sieves // *U.P.B. Sci. Bull., Series D.*, 2009. Vol. 71. P. 17–28.
- [3] *Gregory J.M.* Combine model for grain threshing // *Mathematical and Computational Modeling*, 1988. Vol. 11. P. 506–509.
- [4] *Guatemala G.M. et al.* Hydrodynamic model for the flow of granular solids in the S-valve // *Journal of Powder Technology*, 2012. Vol. 230. P. 77–85.
- [5] *Katzbach H.D.* Approaches for mathematical modeling of grain separation // *Proceedings of the International Conference on Crop Harvesting and Processing.* — Louisville (USA), 2003. P. 2–20.
- [6] *Lo C.Y., Bolton M.D., Cheng Y.P.* Velocity fields of granular flows down a rough incline: a DEM investigation // *Granular Matter*, 2010. Vol. 12. №6. P. 477–482.
- [7] *Petre I.M., Katzbach H.D.* Modeling and simulation of grain threshing and separation in threshing units-Part I // *Computers and Electronics in Agriculture*, 2008. Vol. 60. №1. P. 96–104.
- [8] *Regge H., Mtnaev V.* Cleaning grain-comparing flat and profile sieves // *Landtechnik*, 2008. Vol. 51. №4. P. 188–189.
- [9] *Remy B., Khinast G., Glasser B.J.* Polydisperse granular flows in a bladed mixer: Experiments and simulations of cohesionless spheres // *Chemical Engineering Science*, 2011. №66. P. 1811–1824.
- [10] *Светлов С.А., Волков Ю.П.* Разделение малоцентрированных суспензий в осадительных центрифугах // *Полупроводниковый вестник*, 2007. №3. С. 1–8.
- [11] *Ладеев Н.Е.* Об интенсификации процессов сепарации зерновых материалов // *Труды ВНИИ механизации сельского хозяйства*, 1974. Т. 65. С. 7–18.
- [12] *Ладеев Н.Е.* Принципы построения модели идеального сепаратора // *Доклады ВАСХНИ*, 1978. №11. С. 214–217.
- [13] *Ладеев Н.Е.* Сепаратор для разделения сыпучих смесей по форме и свойствам поверхности // *Открытия, изобретения, промышленные образцы, товарные знаки*, 1974. №39. С. 16–18.
- [14] *Ладеев Н.Е.* Центробежные сепараторы для зерна. — М.: Колос, 1975. 152 с.
- [15] *Ахмадиев Ф.Г.* Математическое моделирование кинетики технологических процессов переработки дисперсных сред // *Известия Казанского государственного архитектурно-строительного университета*, 2011. №3(17). С. 257–268.
- [16] *Белов М.И., Романенко В.Н., Славкин В.И.* Математическая модель движения частицы по решетке очистки // *Тракторы и сельскохозяйственные машины*, 2008. №8. С. 33–36.

- [17] Волков М.В., Коралев Л.В., Тарасов М.Ю. Математическая модель процесса смешивания сыпучих материалов в новом устройстве гравитационно-пересыльного действия // *Фундаментальные исследования*, 2014. №9. С. 960–964.
- [18] Гортинский В.В. Исследование двухслойной модели сыпучего тела в приложении к процессам сепарирования // *Труды ВНИИЗ*, 1974. Вып. 78. С. 57–66.
- [19] Гортинский В.В. Процессы сепарирования на зерноперерабатывающих предприятиях. — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Колос, 1980. 304 с.
- [20] Ольшанский В.П., Ольшанский С.В. Динамика неоднородного слоя зерна на плоском виброрешете // *Динамические системы*, 2010. №28. С. 162–170.
- [21] Семенов В.А., Яковлев Н.А. Моделирование процесса центробежного сепарирования на цилиндрическом сите // *Известия вузов. Пищевая технология*, 2011. №5. С. 75–78.
- [22] Семенов В.А., Яковлев Н.А. Приводные устройства центробежных сепараторов // *Известия вузов. Пищевая технология*, 2009. №4. С. 96–98.
- [23] Тищенко Л.Н., Ольшанский В.П., Ольшанский С.В. Колебания зерновых потоков на виброрешетах. — Харьков: Мисьдрук, 2012. 267 с.
- [24] Федоренко А.С. Параметры сепаратора для очистки фуражного зерна от крупных примесей. — Барнаул, 2014. 242 с.
- [25] Харченко Г.М. Центробежное фильтрование растительных масел на вертикальной конической центрифуге // *Вестник Алтайского государственного аграрного университета*, 2009. №4(55). С. 62–64.
- [26] Шацкий В.П., Орбинский В.И., Попов А.Е. Моделирование движения зернового потока в гравитационном сепараторе // *Вестник Воронежского государственного аграрного университета*, 2015. №4(47). С. 72–79.
- [27] Ямшилов С.С., Балданов В.В. Интенсификация процесса разделения частиц зернового материала на гравитационном сепараторе // *Сб. науч. тр. ВСГУТУ*, 2012. Вып. 8. С. 171–173.
- [28] Атагуллаев А.Х., Ключкин В.В. Анализ движения слоя частиц ситовой поверхности в случае поддува. — М., 1985. 7 с. Деп. в ВИНТИ. N 1169.
- [29] Атагуллаев А.Х., Ключкин В.В. Сепарирование сыпучей смеси с поддувом воздуха. — М., 1985. 8 с. Деп. в ВИНТИ. N 1170.
- [30] Атагуллаев А.Х., Толчинский Ю.А., Ключкин В.В. О броуновской и фильтрационной аналогиях в процессе сепарирования с поддувом и без него. — М., 1984. 12 с. Деп. в ВИНТИ. N 1093.
- [31] Белобородов В.В., Каспаров Г.Н. Условия прохода одиночной частицы через отверстия плоского сита с возвратно-поступательным движением // *Труды ВНИИЖа*, Вып. 2. С. 20–28.
- [32] Блэкман И.И., Драмидзе Т.Ю. Вибрационное перемещение. — М.: Наука, 1964. 410 с.
- [33] Блэкман И.И. Исследование процесса вибрационной забинки слай и шпунтов // *Инженерный сборник*, 1964. Т. 19. С. 55–64.
- [34] Атагуллаев А.Х., Разванов Н. Исследование процесса сепарирования сыпучих смесей с применением ЭВМ. — М., 1988. 5 с. Деп. в ВИНТИ. N 1418.
- [35] Атагуллаев А.Х., Разванов Н. К теории сепарирования сыпучих смесей. — М., 1986. 7 с. Деп. в ВИНТИ. N 1418.
- [36] Атагуллаев А.Х., Разванов Н. Исследование движения сыпучей смеси по гармонически колеблющейся плоскости. — М., 1989. 12 с. Деп. в ВИНТИ. N 2034.

Поступила в редакцию 17.12.2018